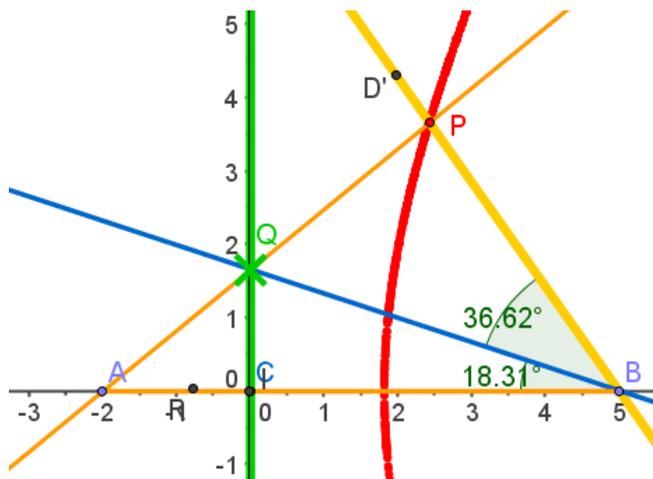
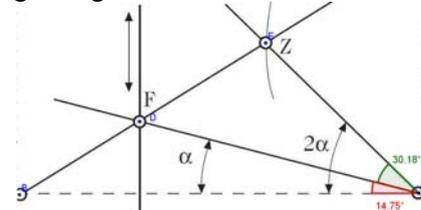


# Kurven: Möchtegern-Hyperbelzeichner



## Gelenkkonstruktion einer Hyperbel

Spektrumlexikon, dort ist der obere Winkel bei B doppelt so groß wie der untere gezeichnet. Wenn man annimmt, er sei fälschlich bis zur x-Achse gezeichnet, kommt man auf die hier gezeigte Konstruktion



### Konstruktion:

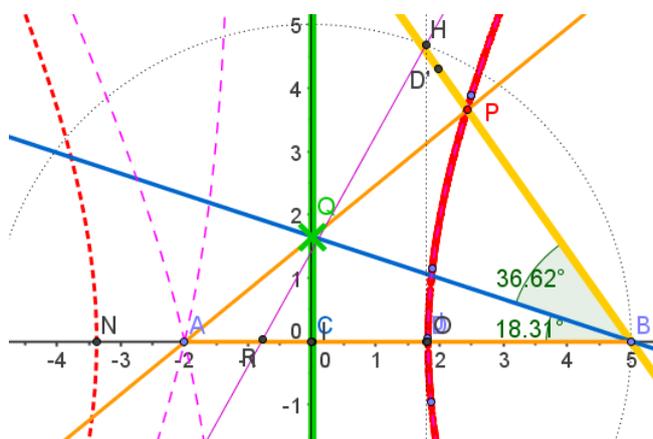
Strecke AB fest, C auf Strecke AB. Q verschieblich auf Senkrechte in C auf AB. Winkel QBA doppelt als Winkel D'BQ antragen. P ist Schnittpunkt von AQ mit BD'. Die Ortslinie von P ist gesucht.

Eigentliche Behauptung war:

**P zeichnet eine Hyperbel, \_\_\_\_\_ aber das ist nicht wahr!**

Anmerkungen:

- 1) Es ist zunächst nicht klar wo evt. der zweite Ast der Hyperbel sein könnte.
- 2) Zieht man Q so, dass BD' parallel AQ ist, merkt man, dass die entsprechende Richtung die Richtung der Asymptoten sein muss.
- 3) Das Ortslinienwerkzeug liefert den rechten Ast richtig, links aber zwei weitere Kurven irgendwie unklarer Herkunft zunächst.
- 4) Mit fünf Punkten auf der Ortslinie kann man in GeoGebra eine echte Hyperbel erzeugen.
- 5) Mit deren Scheiteln findet man der Mittelpunkt. Er ist im Bild unten auf die x-Achse gerückt worden.
- 6) Mit einem Kreis um den Mittelpunkt durch B und einer Senkrechten im rechten Scheitel findet man einen sicheren Punkt einer Asymptote. Die Beobachtung 2) wird bestätigt.



### Bemerkung:

Nach 2) kann man auch erst mit Nr. 6 experimentieren und den zweiten Ast durch eine Senkrechte im vermuteten Mittelpunkt erzeugen.

### Nun die Wahrheit:

Der Versuch, mit Mathematica zu der Gleichung zu gelangen, zeigt, dass es sich um eine Kurve 3. Grades handelt und die von GeoGebra gezeigten drei Äste die wahre Ortskurve ergeben. Sie ist also keine Hyperbel. Links unten sieht man auch die Hyperbel und die Ortskurve auseinanderlaufen.

Rechts daneben ist die Kurve  $-y(2000 + 900x - 600x^2 - 275x^3 + 80y^2 + 68xy^2 = 0)$

Diese wird also von der Gelenkkonstruktion erzeugt, wenn der obere Winkel doppelt so groß wie der untere ist.

$-y(2a^3b^3 - 3a^3b^2x + 3a^2b^3x - 6a^2b^2x^2 - 3ab^2x^3 - b^3x^3 + 2a^3by^2 + a^3xy^2 + 3a^2bxy^2) = 0$  (keine Faktorisierung mehr!)

