

Kegelschnitt aus 5 Punkten

Prof. Dr. Dörte Haftendorn: Mathematik Nov. 02, mit MuPAD 4, Apr. 08 Update Apr. 08
<http://haftendorn.uni-lueneburg.de> www.mathematik-verstehen.de

Eindrucksvoll ist es, in GeoGebra 5 Punkte zu setzen, das Kegelschnitt-Icon zu wählen und dann an einem der Punkte zu ziehen.

Hier wird dieses rechnerisch nachvollzogen.

Dabei werden 4 der Punkte auf die Achsen gelegt, damit das Vorgehen einigermaßen übersichtlich bleibt.

Der fünfte Punkt $Q(u,v)$ wird dann erst variiert.

So ist es auch "kegelschnitt-5punkte-reflexion.ggb" gemacht.

```
ks := [ [a, 0], [b, 0], [-a, 0], [-b, 0], [u, v] ] ;
```

```
[[a, 0], [b, 0], [-a, 0], [-b, 0], [u, v]]
```

Allgemeine Quadratische Form, normiert:

```
qf := a11*x^2 + 2*a12*x*y + a22*y^2 + a1*x + a2*y - 1 = 0
```

$$a11 \cdot x^2 + 2 \cdot a12 \cdot x \cdot y + a1 \cdot x + a22 \cdot y^2 + a2 \cdot y - 1 = 0$$

```
qf1 := subs (qf, x=a, y=0) ;
```

```
qf2 := subs (qf, x=0, y=b) ;
```

```
qf3 := subs (qf, x=-a, y=0) ;
```

```
qf4 := subs (qf, x=0, y=-b) ;
```

```
qf5 := subs (qf, x=u, y=v)
```

$$a11 \cdot a^2 + a1 \cdot a - 1 = 0$$

$$a22 \cdot b^2 + a2 \cdot b - 1 = 0$$

$$a11 \cdot a^2 - a1 \cdot a - 1 = 0$$

$$a22 \cdot b^2 - a2 \cdot b - 1 = 0$$

$$a11 \cdot u^2 + 2 \cdot a12 \cdot u \cdot v + a1 \cdot u + a22 \cdot v^2 + a2 \cdot v - 1 = 0$$

```
loe := op (solve ({qf1, qf2, qf3, qf4}, {a11, a12, a22, a1, a2}))
```

$$\left[a \neq 0 \wedge b \neq 0, \left\{ \left[a1 = 0, a11 = \frac{1}{a^2}, a12 = z, a2 = 0, a22 = \frac{1}{b^2} \right] \right\}, [a = 0 \vee b = 0, \emptyset] \right]$$

```
einsetz := loe [1] [2]
```

$$\left\{ \left[a1 = 0, a11 = \frac{1}{a^2}, a12 = z, a2 = 0, a22 = \frac{1}{b^2} \right] \right\}$$

```
keg := subs (qf, einsetz [1])
```

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + 2 \cdot x \cdot y \cdot z - 1 = 0$$

Mit speziellen Werten zum Zeichnen vorbereiten.

```
zwert := solve (keg | [a=4, b=3, x=2, y=7/2], z) [1]
```

1

$$-\frac{11}{252}$$

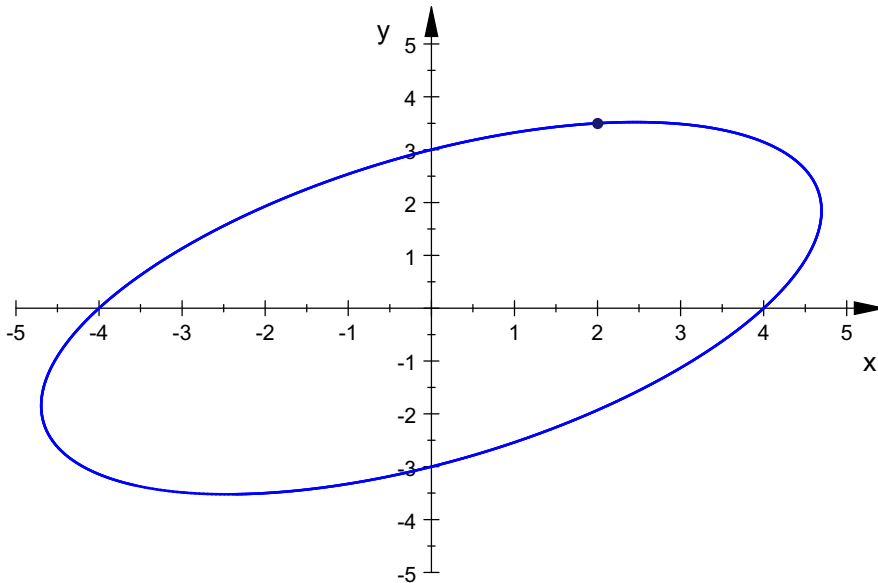
```
kege:=subs(keg,z=zwert)
```

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{x \cdot y \cdot 11}{126} - 1 = 0$$

```
kegeGraph1:=plot::Implicit2d(kege|[a=4,b=3],x=-5..5,y=-5..5):
```

```
punkt1:=plot::Point2d([2,7/2]):
```

```
plot(kegeGraph1,punkt1)
```



Nun soll das beweglich gestaltet werden

```
zwert:=solve(keg|[a=4,b=3,x=2,y=v],z)[1][1]
```

$$-\frac{4 \cdot v^2 - 27}{144 \cdot v}$$

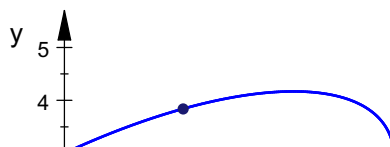
```
kege:=subs(keg,z=zwert);
```

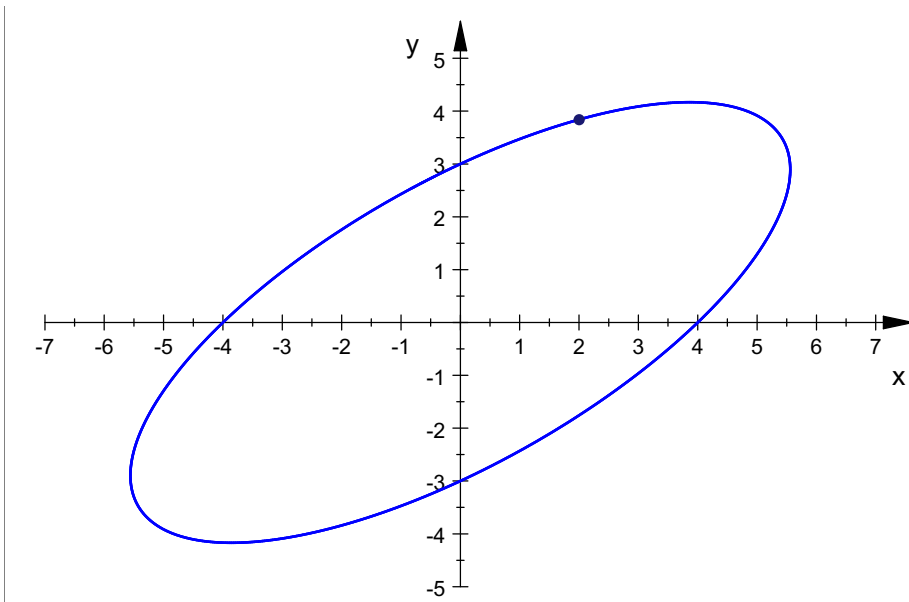
```
punkt:=plot::Point2d([2,v],v=0.1..4):
```

```
kegeGraph:=plot::Implicit2d(kege|[a=4,b=3],x=-7..7,y=-5..5,v=0.1..4):
```

```
plot(kegeGraph,punkt)
```

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{x \cdot y \cdot (4 \cdot v^2 - 27)}{v \cdot 72} - 1 = 0$$





 animieren durch Anklicken!