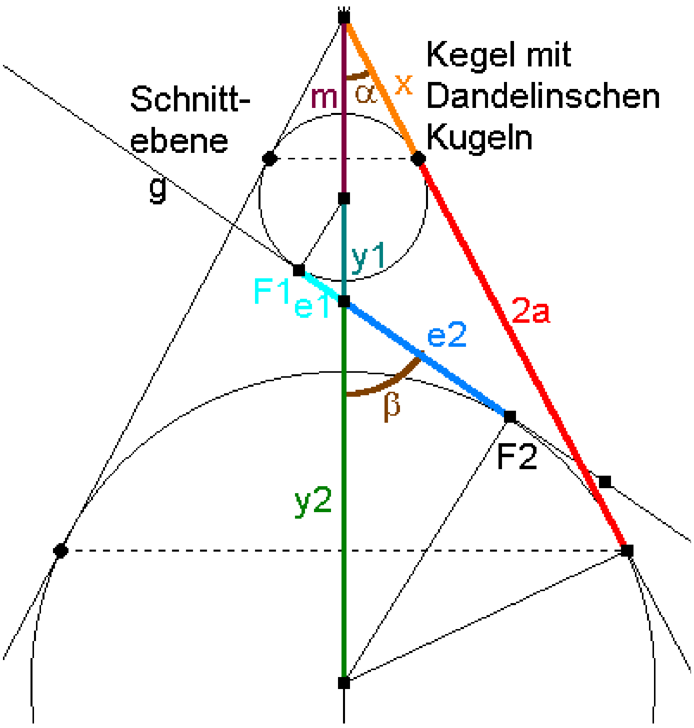
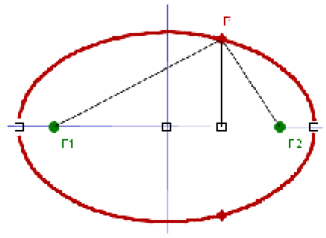
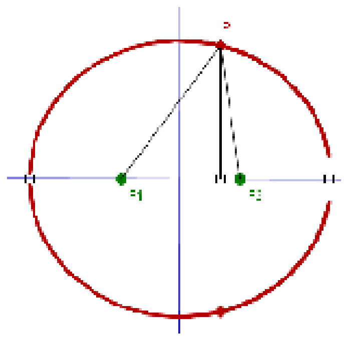
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Uni Lüneburg, 13. Dezember 2003



Wird der Kegel mit dem halben Öffnungswinkel α von einer Ebene geschnitten, die mit der Kegelachse den Winkel β bildet, so entsteht als Randkurve dieses Schnittes ein "Kegelschnitt".
Gezeichnet ist die Situation für $\alpha < \beta$
Dann ist der Schnitt eine Ellipse mit der großen Halbachse a, ihr großer Durchmesser ist also $2a$, und dem Brennpunktabstand $2e$.

Das Verhältnis $\frac{e}{a}$ gibt an, wie stark die Ellipsenform von der Kreisform abweicht, es wird "numerische Exzentrizität ε" genannt. $\varepsilon := \frac{e}{a}$





In der Zeichnung ist $2e = e_1 + e_2$ und man sieht, dass für Ellipsen $\varepsilon < 1$ ist. Für $\beta = 90°$ ist fallen F1 und F2 zusammen und $e = 0 = \varepsilon$, es entsteht einKreis.
Sei nun $\alpha < \beta < 90°$ wie in der Zeichnung.

(1) $e_1 = y_1 \cos\beta, \quad e_2 = y_2 \cos\beta$

(2) $x = m\cos\alpha$ (3) $2a + x = (y_1 + y_2 + m)\cos\alpha$,
dahinein (2) einsetzen

(4) $2a + m\cos\alpha = (y_1 + y_2)\cos\alpha + m\cos\alpha$, also

(4') $2a = (y_1 + y_2)\cos\alpha$

Zusammen folgt

$$2e = e_1 + e_2 = (y_1 + y_2)\cos\beta = \frac{2a}{\cos\alpha}\cos\beta = 2a\,\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$$

Also gilt $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a} = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}}$. Diese Gleichung gilt auch für $0° \le \beta < \alpha < 90°$, also für Hyperbeln, mit $\varepsilon > 1$. Für $\alpha = \beta$ entstehen Parabeln. Da gibt es kein e und kein a, aber die Definition $\varepsilon := 1$ für Parabeln passt zu dieser Gleichung.