# Kurven Herleitung der Mittelpunktsgleichung

## aus der allgemeinen Scheitelgleichung aller Kegelschnitte

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Uni Lüneburg, 13. Dezember 2003

allgemeine Scheitelgleichung $\boxed{y^2 = 2\,p\,x - (1-k^2)\,x^2}$

Für $k = 1$ folgt $y^2 = 2\,p\,x$, die Parabelgleichung für nach rechts geöffnete Parabeln.

Behauptung: Für $k < 1$ ergibt sich eine Ellipse, für $k > 1$ eine Hyperbel.

Beweis durch Herleitung der Mittelpunktsform der Ellipsen~ bzw. Hyperbelgleichung.

(5') $(1-k^2)\,x^2 - 2\,p\,x + y^2 = 0$

(5'') $$x^2 - \frac{2\,p}{(1-k^2)}\,x + \frac{y^2}{(1-k^2)} = 0$$

(6) $$x^2 - \frac{2\,p}{(1-k^2)}\,x + \left(\frac{p}{(1-k^2)}\right)^2 + \frac{y^2}{(1-k^2)} = \frac{p^2}{(1-k^2)^2}$$

(7) $$\left(x - \frac{p}{(1-k^2)}\right)^2 + \frac{y^2}{(1-k^2)} = \frac{p^2}{(1-k^2)^2}$$

(8) $$\frac{\left(x - \frac{p}{(1-k^2)}\right)^2}{\frac{p^2}{(1-k^2)^2}} + \frac{y^2}{\frac{(1-k^2)\,p^2}{(1-k^2)^2}} = 1$$

(9) $$\frac{\left(x - \frac{p}{(1-k^2)}\right)^2}{\frac{p^2}{(1-k^2)^2}} + \frac{y^2}{\frac{p^2}{(1-k^2)}} = 1$$

Taufe für $k < 1$, Ellipse

$$a := \frac{p}{(1-k^2)} \quad \text{und} \quad b^2 := \frac{p^2}{(1-k^2)}$$

$$\boxed{\frac{(x-a)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

Taufe für $k > 1$, Hyperbel

$$a := \frac{p}{(k^2-1)} \quad \text{und} \quad b^2 := \frac{p^2}{(k^2-1)}$$

$$\boxed{\frac{(x+a)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$$