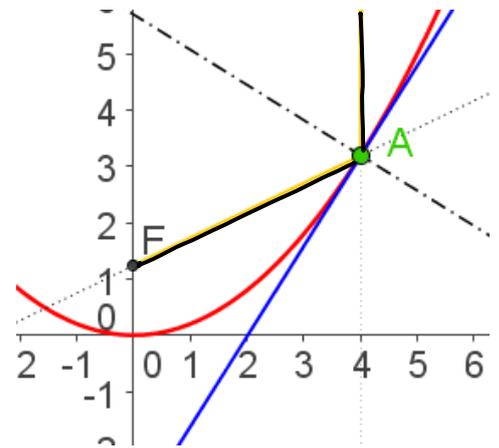


# Parabel-Reflexion beobachten

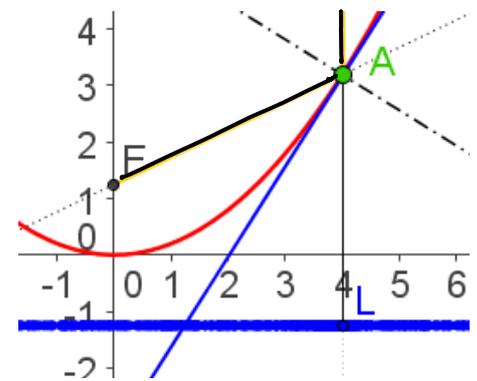
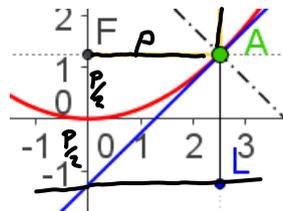
## Konstruktionsbeschreibung

1. Gegeben ist eine Parabel und ein Punkt A auf ihr.
2. Erzeuge die Tangente in A an die Parabel mit deinem Werkzeug. z.B. `tangente[A,f]` in GeoGebra
3. Errichte in A die Senkrechte auf der Tangente.
4. Die Parallele zur y-Achse durch A soll den einfallenden Lichtstrahl tragen.
5. Spiegele sie an der Senkrechten aus 3. Das ist der weitergehende Strahl.
6. Schalte für diesen Strahl die Spur ein und bewege A. Beobachte!
7. Hebe das Besondere durch einen Punkt hervor und formuliere eine Behauptung.



## Weiterführung:

8. Spiegele die Strecke FA an der Tangente, Ihr Bild sei LA.
9. Beobachte, dass AL stets senkrecht zur x-Achse ist.
10. Beobachte, dass L stets auf einer Parallelen zu x-Achse wandert. Diese Ortslinie heißt Leitgerade der Parabel.
11. Der Abstand FA in der rechts gezeigten besonderen Stellung wird "Halbparameter p" genannt.
12. Erkunde die Zusammenhänge der Lage von F und der Leitgeraden und der Größe des Stauchfaktor a der Parabel mit dem Halbparameter p.
13. Namen: F heißt "Brennpunkt" der Parabel, 2p heißt die "Sperrung" der Parabel.
14. Informiere dich auf der Website über das "Namensgeheimnis" der Parabel. Warum heißt die Parabel eigentlich Parabel?



**Beweis zu 9.:** Wegen der Spiegelung ist FL senkrecht zur Tangente und damit parallel zum Einfallslot aus 3. Damit kommen Einfalls- und Ausfallswinkel als Stufen- bzw. Wechselwinkel im gleichschenkligen Dreieck FLA als Basiswinkel vor. H halbiert FL, damit sind F und L gleichweit von der x-Achse entfernt. H hat die halbe Abszisse von A.

**Ergebnisse zu 12.:** Üblicherweise ist p der Abstand von F und A in der Sonderstellung, dass A dieselbe Ordinate wie F hat. Dann hat F die Ordinate p/2. Für die Parabel  $y = a x^2$ , die an der Stelle p der Wert p/2 hat, muss gelten:  $p/2 = a p^2 \Rightarrow a = 1/2p$

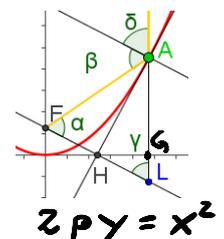
**Beweis von 7:** Dass nämlich alle Strahlen die y-Achse in demselben F treffen.

Sei f die Ordinate eines  $F^*$ . In der rechten Skizze bildet der Ursprung mit  $F^*$  und H ein Dreieck, zum dem das Dreieck HAG ähnlich ist. H hat die halbe Abszisse von A, wie oben gezeigt. Damit gilt:

$$f : \frac{1}{2} = \frac{x}{2} : y \wedge y = \frac{x^2}{2p} \Rightarrow f = \frac{x^2}{4} : \frac{x^2}{2p} = \frac{p}{2}$$

Also verlaufen alle Strahlen durch denselben Punkt F.

**Beweis zu 10.:** Da nun F fest ist, H immer auf der x-Achse liegt und L der Spiegelpunkt von F ist, hat L immer dieselbe Ordinate, nämlich  $-p/2$ .



**Anmerkung:** Hier wird von der Parabel ausgegangen, die Reflexion beobachtet und Leitgerade als Ortslinie erzeugt und nachgewiesen. Dabei wurde auch bewiesen, dass F wirklich der gemeinsame Schnittpunkt aller reflektierten Strahlen ist. Es wird seit der Antike (Apollonius) anders herum definiert: **Die Parabel ist der geometrische Ort aller Punkte, die von einem festen Punkt F und einer "Leitgeraden" g den gleichen Abstand haben.** Dann sind der Halbparameter p und der Abstand von F und g per definitionem gleich und die Scheiteltangente halbiert diesen Abstand. Die Mittelsenkrechte FL stellt sich dann stets als Tangente heraus, die Winkelaussagen aus Beweis zu 9. gelten ebenso und damit ist dann die Reflexion bewiesen. Siehe dazu eine Extraseite.