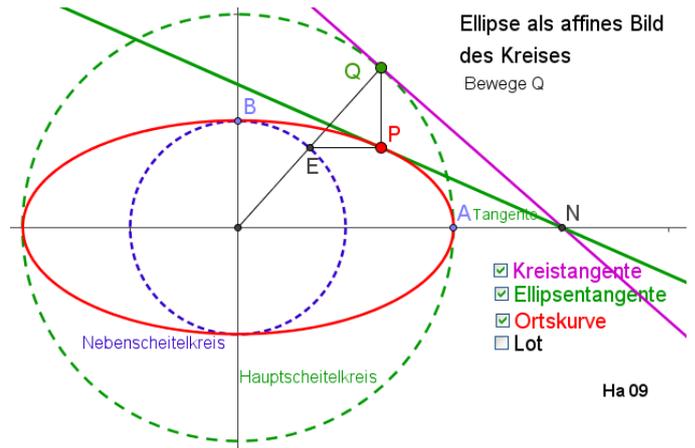


Ellipse und Reflexion, eine Erkundung

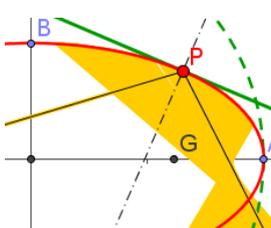
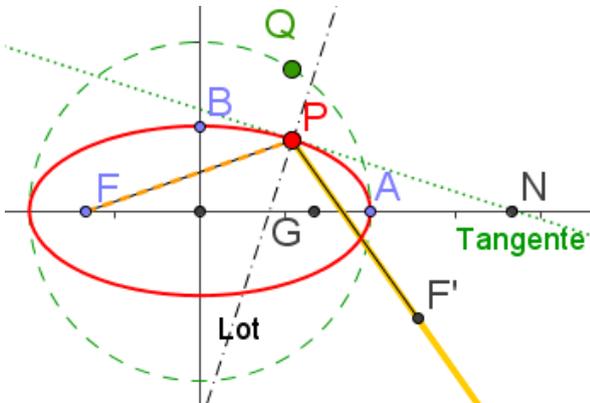
Wenn man die Ellipse aus der Stauchung des Hauptscheitelkreises konstruiert, kann man leicht zum Ort von P auch die Tangente von P erhalten. Durch sie kann man für Reflexionen von Strahlen in P das Einfallslot konstruieren.



Ellipse als affines Bild des Kreises
Bewege Q

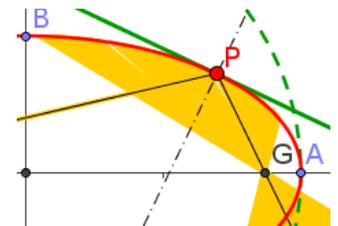
Ha 09

Wir wählen einen Punkt F auf der x-Achse, von dem aus ein Strahl in P reflektiert wird. G ist der bezüglich der Ellipse zu F symmetrische Punkt. I.A. verläuft der reflektierte Strahl nicht durch G.

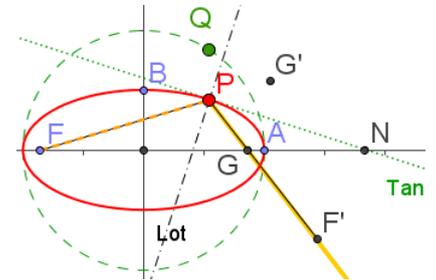


Beobachten wir nun, wie sich die reflektierten Strahlen verhalten, wenn P auf der Ellipse wandert. Letzteres erreicht man durch Ziehen an Q.

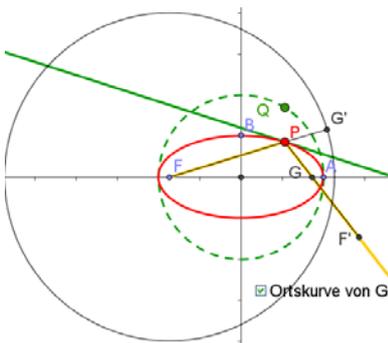
Die Strahlen werden nicht gebündelt. Ziehen wir nun F so, dass der reflektierte Strahl durch G verläuft, dann tritt die Bündelung in G ein. Alle Strahlen, die von F ausgehen, werden nach G reflektiert. Darum heißen F und G die **Brennpunkte der Ellipse**.



Bei der Parabel haben wir durch Spiegelung des Brennpunktes an der Tangente die Leitgerade gefunden. Sie war der geometrische Ort dieses Spiegelpunktes. Daher spiegeln wir nun den Brennpunkt G an der Tangente und erkunden den Ort von G'.

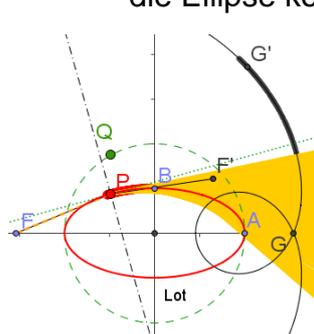
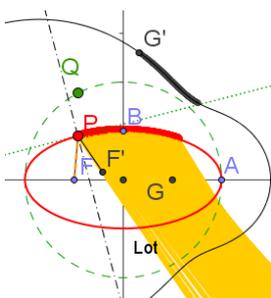


Erstaunlicherweise ist der Ort von g' ein Kreis, er heißt der **Leitkreis der Ellipse**. Er hat sich hier durch Beobachtung ergeben und ist streng genommen noch nicht bewiesen. Setzen wir aber die Fadenkonstruktion der Ellipse als bewiesen voraus, dann ist alles klar: Wenn $FP+FG$ konstant ist, dann ist auch $FP+PG'$ konstant. Daher liegt G' auf einem Kreis um F und der Leitkreis ist nachgewiesen. Auch hier kann man umgekehrt aus dem Leitkreis die Ellipse konstruieren.



Die Ortskurve von G bleibt kein Kreis, wenn wir wieder falsche Stellungen für F wählen, bei denen der reflektierte Strahl nicht G trifft.

Anmerkung zu alternativem Vorgehen: Aus der Fadenkonstruktion folgt die Leitkreiskonstruktion, bei der man P aus dem Schnitt der Mittelsenkrechten von G und G' mit dem Radius FG' erhält. Hieraus folgt die Reflexionseigenschaft sofort. Allerdings ist dann das Vorgehen nicht wie bei der Parabel und es ist nicht geeignet für das Erkunden.



ellipse-und-reflexion.doc