

Kaustiken und Katakaustiken

Wird parallel einfallendes Licht an einer Kurve reflektiert, dann heißt die Hüllkurve der reflektierten Lichtstrahlen **Kaustik**.

Ist die Lichtquelle punktförmig, spricht man von **Katakaustik**.

Hat die reflektierende Kurve die Gleichung $a(t) = \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$ und

fallen die Strahlen parallel zur x-Achse ein, dann hat die Kaustik die Gleichung

$$k(t) = a(t) + \frac{\dot{v}}{\dot{u}\dot{v} - \ddot{u}\dot{v}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\dot{u}^2 - \dot{v}^2) \\ \dot{u}\dot{v} \end{pmatrix}$$

Quelle: Spektrum-Lexikon: Kaustik, allerdings ist da die Formel falsch. Es steht dort in der y-Koordinate fälschlich der Faktor 2.

Für die Nephroide fällt hier das Licht achsenparallel von links auf den innen verspiegelten Kreis

(Genaugenommen ist es hier ein halbdurchlässiger Spiegel, denn die reflektierten Strahlen sind bei Ihrem Auftreffen auf den Kreis nicht gestoppt.)

Es gilt $a(t) = \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix}$ und damit

$$k(t) = a(t) + \frac{\cos(t)}{1} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\sin(t)^2 - \cos(t)^2) \\ \cos(t)\sin(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(t) - \frac{1}{2}\cos(t)\cos(2t) \\ \sin(t) - \frac{1}{2}\cos(t)\sin(2t) \end{pmatrix}$$

Diese wahrhaft schöne Formel hat obigem Bild die rote Kurve genau passend erzeugt.

Im Spektrum-Lexikon fehlte unten die Halbierung.

GeoGebra-Datei hierzu in www.mathematik-verstehen.de Bereich Kurven → Reflexion

