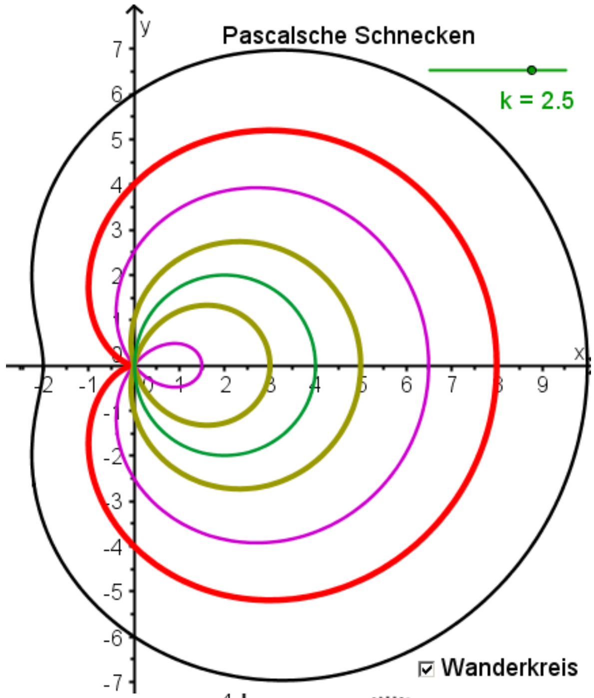
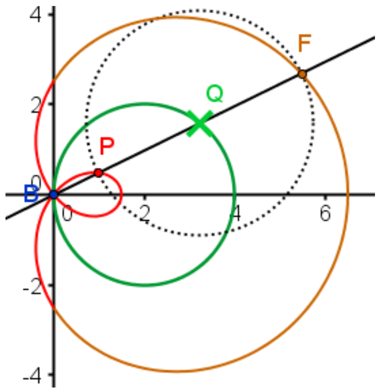
Pascalsche Schnecken



Diese Kurven gehen auf Étienne Pascal zurück, den Vater des berühmteren Sohnes Blaise Pascal.
Sie gehören zu den Konchoiden.
Bei diesen kann man sich vorstellen, Herrchen (Punkt Q) wandere auf einer Straße und sein Hund strebe an einer Leine fester Länge k einem Baum zu oder von dem Baum weg.

Bei den Pascalschen Schnecken ist dieser Wanderweg ein Kreis, auf dessen Rand der Baum steht.
Bei der Hundekurve (Kurvenheft Seite 7) war die Straße eine Gerade und der Baum stand außerhalb.



Es gibt wie bei der Hundekurve Formen mit Schlaufe, mit Spitze und mit Delle. Im obigen Bild ist der für alle Kurven gemeinsame Wanderkreis grün und hat den Radius R=2. Die Leinenlänge k ist variiert.
Rechts ist die geometrische Konstruktion zu sehen.
Ersichtlich ist k>2.

Alle Konchoiden haben die Polargleichung
$r(\theta) = weg(\theta) \pm k$, wenn der Baum im Ursprung ist. Dabei wird von dem Polarradius von Q auf dem Weg die Leinenlänge addiert oder subtrahiert.

Der so wie oben gelegene Wanderkreis hat die Polargleichung
$weg(\theta) = 2R\cos(\theta)$ wie man sich leicht klar macht.
Damit haben die Pascalschen Schnecken die Polargleichung

$$\boxed{r(\theta) = 2R\cos(\theta) \pm k}$$

Herleitung einer kartesischen Gleichung (sieh Seite 6): $x = r\cos(\theta)$, also

$$r = 2R\,\frac{x}{r} \pm k \quad \Leftrightarrow r^2 = 2Rx \pm kr \quad \Leftrightarrow r^2 - 2Rx = \pm kr \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2Rx = \pm kr$$

Also ist $\boxed{\left(x^2 + y^2 - 2Rx\right)^2 = k^2\left(x^2 + y^2\right)}$ eine implizite Gleichung der Pascalschen Schnecken.

Anmerkung: Auf Seite 2 steht $-ay$ anstelle von $-2Rx$. Damit ist dort a der Durchmesser des Wanderkreises und dessen Mittelpunkt ist auf der y-Achse.
In der GeoGebra-Datei sind in beiden Grafk-Ansichten die beiden Bilder aufeinander bezogen.