



In der Vorstellung von Ptolemäus (85-165 n. Chr.) steht die Erde (hier O) in der Mitte und Sonne und Planeten bewegen sich darum herum. Allerdings zeigen sich bei den Planetenbahnen von der Erde aus gesehen deutliche Schlaufen, sie heißen "Epizyklen". Ptolemäus erklärte sie sich so, dass die Planeten auf Kreisen laufen, deren Mittelpunkt auf einem Kreis um die Erde läuft.

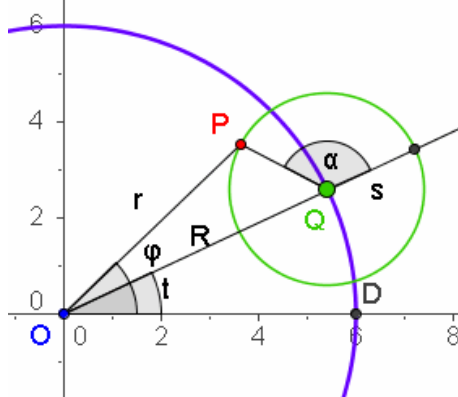
Die Epizyklen gehören zu der allgemeineren Kurvenklasse der Zykloiden, bei denen Kreise auf Geraden, Kreisen oder anderen Kurven wandern. Alle Zykloiden gehören zu den "transzendenten Kurven", sie haben keine algebraischen Gleichungen. Die tiefere Ursache dafür ist, dass Pi transzendent ist, sich also mit Zirkel und Lineal nicht konstruieren lässt.

Dennoch lassen sich die Zykloiden und einige andere transzendente Kurven mit DGS erzeugen. Entscheidend dafür ist, dass Winkel in beliebigen Vielfachen (sogar beliebigen Termen) übertragen werden können. Schon die Winkeldrittung geht ja nicht allein mit Zirkel und Lineal.

Epizyklen des Ptolemäus: Nebenstehend wird das k-fache des Winkels t als  $\alpha$  an den Strahl QS angetragen. Zeichnung k=5.

Start von Q war D.

Die Bahn von P ergibt sich nun als Ortskurve in DMS, hier in GeoGebra.



Herleitung einer Gleichung: Nach dem Kosinussatz im Dreieck OQP

gilt  $r^2 = s^2 + R^2 - 2sR \cos(\pi - kt)$  also mit  $\cos(\pi - kt) = -\cos(kt)$

$r = \sqrt{s^2 + R^2 + 2sR \cos(kt)}$  Das stimmt, ist geprüft. Aber es ist ein ziemlicher

Kraftakt nun weiterzukommen. An Phi kommt man schlecht ra, n  $x=x(t)$  habe ich von Hand. Mit Mathematica weiter auch  $y=y(t)$  und dann eine Parameterdarstellung erzeugt. Die Mathematica-Graphen enthalten dann die richtigen Bögen, aber auch noch viel nicht brauchbare Kurvenstücke.

Es ist schon erstaunlich, dass dagegen die GeoGebra-Graphen mit dieser Idee sofort perfekt zu haben sind.

Ptolemaios, Klaudios, *Ptolemäus, Claudius*, ägyptischer Naturforscher, geb. um 85 Ptolemais (Ägypten), gest. um 165 Alexandria. Ptolemaios' bekanntestes Werk ist der „Almagest“, in dem er sich mit dem Problem der Bewegung der Planeten und des Mondes auseinandersetzte. Dabei faßte er in genialer Weise die Ergebnisse seiner Vorgänger, insbesondere des Aristoteles, des Apollonius von Perge und des Hipparchos, zusammen. Er gab genaue Daten für die Epizyklen und die Neigungen der Planetenbahnen an. Seine Planetentheorie kam trotz ihres geozentrischen Ausgangspunktes in ihrer phänomenologischen Beschreibung nahe an die Keplerschen Gesetze heran. Auf mathematischem Gebiet baute er die Trigonometrie aus, verfaßte Sinustafeln und bewies zahlreiche Sätze der ebenen und sphärischen Trigonometrie. In der Geographie führte Ptolemaios die astronomisch basierte Positionsbestimmung ein und beschäftigte sich mit Kartenabbildungen. Aus Lexikon Mathematik Spektrum 04

