

Ziele der universitären Ausbildung für das Lehramt an Gymnasien und an Berufsbildenden Schulen im Unterrichtsfach **Mathematik** *Präambel*

- Mathematik als Kulturgut und als historisch gewachsene und sich entwickelnde Strukturwissenschaft in ihrer wissenschaftstheoretischen Besonderheit für verschiedene Inhaltsbereiche verstehen und interpretieren, insbesondere die fachlichen Grundlagen der für den Mathematikunterricht des jeweiligen Lehramtes bzw. der jeweiligen Schulform relevanten Inhalte bereitstellen sowie diese formal korrekt darstellen und anwenden.
- Verbindungslinien zwischen verschiedenen Gebieten der Mathematik aufzeigen und innermathematische Übersetzungsprozesse vornehmen.
- Verbindungslinien zu anderen Unterrichtsfächern der jeweiligen Schulformen aufzeigen.
- Anwendungsmöglichkeiten verschiedener Gebiete der Mathematik auf Problemstellungen des Alltags, der Umwelt und des Erfahrungsbereichs der Lernenden aufzeigen. Dazu Sachverhalte abstrahieren, modellieren, approximieren und algorithmisieren sowie die angewendeten Modelle bewerten.
Für das Lehramt an berufsbildenden Schulen heißt es, insbesondere Anwendungsbezüge zu den technologischen Inhalten der jeweiligen Berufsfelder des Dualen Systems herstellen.
- Wechselbeziehungen zwischen den Inhalten des Mathematikunterrichts in der Schule und den universitären Fachvorlesungen herstellen.
- Bei Unterrichts- und Aufgabenentwicklungen Computerwerkzeuge schulformrelevant einsetzen und Verbindungslinien zu Zukunftstechnologien aufbauen.

Grundlagen der Mathematik

Absolventinnen und Absolventen der ersten Phase können...

- umgangssprachlich gegebene mathematische Informationen begrifflich präzisieren, zu einer Definition verdichten und in einer formalen Sprache darstellen
- die logische Struktur von Argumentationen und Beweisen in einer Prädikatenlogik darstellen, insbesondere gilt das auch für die logische Umformung von Verneinungen
- die Verwendung von Namen, freien und gebundenen Variablen sowie die Substitution von Termen erläutern und sicher handhaben;
- induktive/rekursive Definitionen von Funktionen durchführen
- direkte, indirekte und induktive Beweise logisch korrekt durchführen;
- Begriffsbildungen mit der Sprache der naiven Mengenlehre ausdrücken und Umformungen in der Mengenalgebra durchführen;
- Klassen mathematischer Objekte als Gegenstände neuer Art betrachten
- ;den Zusammenhang von Syntax und Semantik erläutern;
- die Bedeutung des Begriffspaares „Objektsprache//Meta-sprache“ erläutern;
- ein mathematisches Begriffssystem durch ein Axiomensystem einführen und in einem solchen Beweise durchführen;
- exemplarisch den Weg von einer inhaltlich verstandenen zu einer axiomatisch verstandenen mathematischen Theorie rekonstruieren;
- die Rekonstruktion des Funktionsbegriffs sowie des Kardinal- und Ordinalzahlbegriffs in der naiven Mengenlehre durchführen;
- den Funktionsbegriff auf mehrere Veränderliche erweitern, insbesondere Verknüpfungen als Funktion mehrerer Veränderlicher darstellen und erläutern;
- typische Phasen der Modellierung (mathematisches, numerisches Modell) und ihrer Verifikation beschreiben und in ihrer Wechselwirkung erläutern;
- lineare und nicht-lineare funktionale Zusammenhänge modellieren;
- diskrete und kontinuierliche Modellierung von Phänomenen aus Natur-Ingenieur- und Wirtschaftswissenschaften erläutern und an Beispielen durchführen.

| <h1>Algebra</h1> | | |
|---|---|---|
| Standards übergreifend | Gym / BBS | Inhaltsbereiche |
| Absolventinnen und Absolventen der ersten Phase können... | Absolventinnen und Absolventen der ersten Phase können... | |
| <ul style="list-style-type: none"> Begriffskonzepte algebraischer Strukturen erläutern und wesentliche Eigenschaften beispielhaft beweisen; den Aufbau des Zahlensystems erläutern; | <ul style="list-style-type: none"> Grundbegriffe der Algebra wie Gruppen, Ringe, Körper und ihre Genese präzisieren und an Beispielen erläutern; den Aufbau des Zahlensystems erläutern und in Zusammenhang stellen mit den Begriffen Körper und Körpererweiterungen; | <p>Gruppe, Ring, Körper Körpererweiterungen</p> <p>Aufbau des Zahlensystems</p> |
| <ul style="list-style-type: none"> den Begriff der strukturverträglichen Abbildung in unterschiedlichen mathematischen Kontexten benutzen; | <ul style="list-style-type: none"> den Begriff der strukturverträglichen Abbildung in unterschiedlichen mathematischen Kontexten als eine allgemeine Idee begreifen und für die Organisation von mathematischem Wissen nutzen; | Homomorphiesätze |
| | <ul style="list-style-type: none"> über Grundkenntnisse der elementaren Zahlentheorie verfügen und moderne Anwendungen aufzeigen; <i>den Teilbarkeitsbegriff und die Eigenschaften der Teilbarkeitsrelation an Beispielen und Gegenbeispielen erläutern und mathematisch präzisieren;</i> <i>den euklidischen Algorithmus anwenden und seine Bedeutung argumentativ begründen;</i> <i>wesentliche Eigenschaften der Primzahlen (unregelmäßige Verteilung, Unendlichkeit) erläutern und die Existenz und Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung beweisen sowie die Bedeutung der Primzahlen für Codierungen aufzeigen;</i> <i>das Stellenwertprinzip erläutern und begründen sowie konkret Zahlen in beliebigen Basen darstellen und konvertieren.</i> die Theorie linearer Gleichungssysteme erläutern, Vorstellungen über deren Lösungsmengen entwickeln und Anwendungsmöglichkeiten in Technik und Wirtschaft aufzeigen; die Theorie der Lösbarkeit algebraischer Gleichungen höheren Grades erläutern; | |

Standards der Lehrerbildung Fachwissenschaft Mathematik für Gymnasium / BBS,
 die an der Universität in Niedersachsen erreicht werden sollen.
 Niedersächsische Kommission der Universitäten und Studienseminare Mai 06

| <h1>Analysis</h1> | | |
|---|--|---|
| Standards übergreifend | Gym / BBS | Inhaltsbereiche |
| Absolventinnen und Absolventen der ersten Phase können... | Absolventinnen und Absolventen der ersten Phase können... | |
| • die Konstruktion der reellen Zahlen erläutern; | • die Konstruktion der reellen und komplexen Zahlen erläutern; | Reelle und komplexe Zahlen |
| • mit reellen Funktionen sicher umgehen; | | |
| • den Grenzwertbegriff erläutern und an Beispielen verwenden; | • den modernen Grenzwertbegriff gegen die historische Verwendung von Indivisiblen und Infinitesimalen abgrenzen. | Grenzwertbegriff |
| | • die Begriffe Stetigkeit und Differenzierbarkeit auch in ihrer Rolle im Aufbau der Analysis erläutern; • unterschiedliche Ideen, die zu den Begriffen von Grenzwert, Stetigkeit und Differenzierbarkeit präzisiert werden, miteinander in Beziehung setzen; | Stetigkeit Differenzierbarkeit |
| | • den Riemannsches oder einen anderen einen Integralbegriff erläutern und Resultate der Integralrechnung anwenden; | Integrierbarkeit |
| | • aufzeigen, wie in anderen Wissenschaften wie z.B. in den Natur-, Ingenieur- und Wirtschaftswissenschaften Begriffe durch Differentialgleichungen eingeführt werden, um Probleme zu lösen; | Differentialgleichungen |
| | • Methoden der Differentialrechnung auf Kurven und Flächen anwenden; • intuitive Begriffe wie „Länge“, „Fläche“, „Volumen“ mit Methoden der Analysis rekonstruieren und Methoden zur Berechnung ihrer Ausprägung anwenden; • die Rolle der Vollständigkeit im Aufbau des Begriffsgebäudes der Analysis erläutern; • die Analysis mit der Linearen Algebra vernetzen; • Begriffe der eindimensionalen Analysis auf höhere Dimensionen übertragen und erläutern. | Vollständigkeit der reellen Zahlen mehrdimensionale Analysis |

| <h1>Geometrie</h1> | | |
|--|---|---|
| Standards übergreifend | Gym / BBS | Inhaltsbereiche |
| Absolventinnen und Absolventen der ersten Phase können... | Absolventinnen und Absolventen der ersten Phase können... | |
| <ul style="list-style-type: none"> • Elementargeometrie der euklidischen Ebene vom höheren Standpunkt betrachten; | <ul style="list-style-type: none"> • in affiner oder projektiver Geometrie vor allem in der Ebene den Zusammenhang zu Abbildungsgruppen und zu Koordinatenkörpern darstellen; • <i>Begriffe der ebenen und räumlichen Geometrie sowie Abbildungen in der Ebene lokal ordnen;</i> • <i>Untersuchungen über besondere Punkte und Linien in der Ebene durchführen, insbesondere am Dreieck und am Kreis;</i> • <i>die Satzgruppe des Pythagoras in seiner Beziehungshaltigkeit beherrschen und verschiedene Beweise durchführen;</i> • <i>die Ideen vom Messen und Berechnen bei Längen, Flächeninhalten und Volumina erläutern;</i> • die Ideen erläutern, die verschiedenen Projektionen zu Grunde liegen; | <ul style="list-style-type: none"> • Elementargeometrie der euklidischen Ebene • Axiomatisierung • Affine und projektive Geometrie |
| <ul style="list-style-type: none"> • Schritte zu Axiomatisierungen von Geometrie darlegen. | <ul style="list-style-type: none"> • einen Weg zu einer nichteuklidischen Geometrie aufzeigen; • den heuristischen Sinn der Koordinatisierung reflektieren | <ul style="list-style-type: none"> • Nichteuklidische Geometrie |
| | | |

| Kenntnisse aus Numerik und Informatik | | |
|---|---|--|
| Standards übergreifend | Gym / BBS | Inhaltsbereiche |
| Absolventinnen und Absolventen der ersten Phase können... | Absolventinnen und Absolventen der ersten Phase können... | |
| <ul style="list-style-type: none"> • erklären, wie Computer numerisch rechnen und welche Probleme auftreten können; | <ul style="list-style-type: none"> • erklären, wie Computer numerisch rechnen und welche Probleme insbesondere bei iterativen Verfahren auftreten; | numerisches Rechnen mit Computern |
| <ul style="list-style-type: none"> • fachbezogene Anwendersysteme (u. a. dynamische Geometriesysteme, Funktionsplotter, Tabellenkalkulationen) in ihren wesentlichen Funktionen einsetzen; | <ul style="list-style-type: none"> • Computer-Algebra-Systeme einsetzen; | mathematische Anwendersysteme CAS |
| <ul style="list-style-type: none"> • die Verfahren, die hinter der numerischen Lösung schulischer Werkzeuge stehen, exemplarisch nachvollziehen und ihre Grenzen angemessen erkunden; | | Numerische Verfahren |
| <ul style="list-style-type: none"> • Grundideen von Berechenbarkeit und Komplexität von Algorithmen darstellen. | | Berechenbarkeit und Komplexität |
| <ul style="list-style-type: none"> • | <ul style="list-style-type: none"> • Wissen durch geeignete Datenstrukturen repräsentieren; • grundlegende Algorithmen (z. B. Such-, Sortier- und elementare Graphalgorithmen) korrekt in Pseudo-Code formulieren und in einer Programmiersprache implementieren. | Algorithmen und Datenstrukturen |
| <ul style="list-style-type: none"> • | | |

| <h1>Stochastik</h1> | | |
|--|---|--|
| Standards übergreifend | Gym / BBS | Inhaltsbereiche |
| Absolventinnen und Absolventen der ersten Phase können... | Absolventinnen und Absolventen der ersten Phase können... | |
| <ul style="list-style-type: none"> • wesentliche Eigenschaften von Kenngrößen der beschreibenden Statistik erläutern; • verschiedene semantische Realisierungen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs erläutern-und in ihren Reichweiten beurteilen sowie die Nützlichkeit axiomatischer Überlegungen erläutern; | <ul style="list-style-type: none"> • den Modellcharakter von Wahrscheinlichkeits-Verteilungen darstellen; • die Rolle der stochastischen Unabhängigkeit in der Theorie erläutern; | Beschreibende Statistik Wahrscheinlichkeitsbegriff (Laplace Grenzwert von relativen Häufigkeiten, subjektiver Wahrscheinlichkeits-Begriff) Axiomatisierung |
| | <ul style="list-style-type: none"> • das empirische und das theoretische Gesetz der großen Zahl darstellen und beide in ihrer Reichweite beurteilen; | Gesetz der großen Zahl |
| | <ul style="list-style-type: none"> • nichtparametrische Testverfahren erläutern und deren Angemessenheit beurteilen; • Wesen, Möglichkeiten und Grenzen des klassischen Hypothesentests darstellen sowie Alternativen aufzeigen; • den zentralen Grenzwertsatz darstellen und in seiner Reichweite beurteilen; | nichtparametrische Testverfahren Hypothesentest Zentraler Grenzwertsatz |
| | <ul style="list-style-type: none"> • Querverbindungen der Stochastik zur Analysis und zur Linearen Algebra herstellen und in der Anwendung nutzen; • unterschiedliche Konvergenzbegriffe in der Stochastik zum Grenzwertbegriff der Analysis abgrenzen. | Verbindung von Stochastik, Analysis und Linearer Algebra |