

## Wetter in Bad Markstein

**Markov-Ketten** www.mathematik-verstehen.de Haftendorn 2011**Problem 1 Wetter in Bad Markstein****Problem 2 Wetter in Hamburg**

Definition der Übergangsmatrix  $aa := \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.15 & 0.75 & 0.1 \end{bmatrix}$

(Aus den Vorlagen geholt. Beim Eintragen TAB verwenden! Doppela, weil es A nicht gibt.) Bezug dieser Zahlen: Vorlesung 10 Mathe für alle. [www.leuphana.de/matheomnibus](http://www.leuphana.de/matheomnibus) Wetter Bad Markstein: (Sonne, Nebel, Regen) Takt 1 Tag

Hein kommt bei Sonne in Bad Markstein an. Was kann er morgen und dann übermorgen für Wetter erwarten?  $\text{heutesonne} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \triangleright \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\text{morgen} := \text{heutesonne} \cdot aa \triangleright \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}$

$\text{übermorgen} := \text{morgen} \cdot aa \triangleright \begin{bmatrix} 0.335 & 0.465 & 0.2 \end{bmatrix}$

$\text{tag3} := \text{übermorgen} \cdot aa \triangleright \begin{bmatrix} 0.2905 & 0.5425 & 0.167 \end{bmatrix}$

$aa^2 \triangleright \begin{bmatrix} 0.335 & 0.465 & 0.2 \\ 0.255 & 0.605 & 0.14 \\ 0.24 & 0.63 & 0.13 \end{bmatrix}$        $aa^3 \triangleright \begin{bmatrix} 0.2905 & 0.5425 & 0.167 \\ 0.2695 & 0.5795 & 0.151 \\ 0.2655 & 0.5865 & 0.148 \end{bmatrix}$

$aa^{20} \triangleright \begin{bmatrix} 0.274648 & 0.570423 & 0.15493 \\ 0.274648 & 0.570423 & 0.15493 \\ 0.274648 & 0.570423 & 0.15493 \end{bmatrix}$

### Entwicklung des Wetters auf lange Sicht

$$aa^{10} \triangleright \begin{bmatrix} 0.274649 & 0.57042 & 0.154931 \\ 0.274647 & 0.570423 & 0.154929 \\ 0.274647 & 0.570424 & 0.154929 \end{bmatrix} \text{ gibt eine stabile Wetterverteilung an, denn}$$

$$[0.274649 \quad 0.57042 \quad 0.154931] \cdot aa \triangleright [0.274648 \quad 0.570422 \quad 0.15493]$$

$$ve := [0.274648 \quad 0.570422 \quad 0.15493]$$

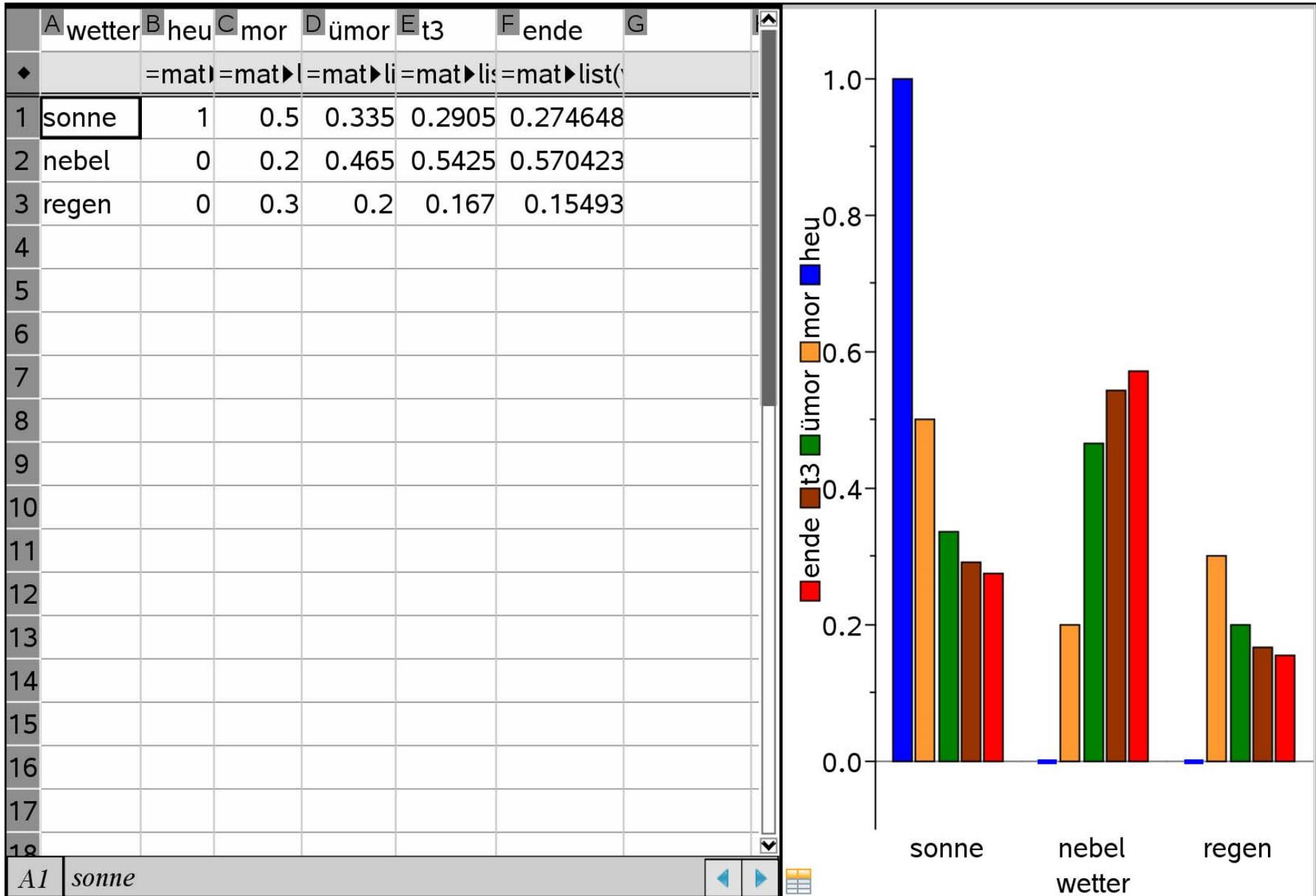
Es gilt  $ve = ve \cdot aa$  man sagt auch allgemein:  $ve$  ist Eigenvektor von  $aa$  zum Eigenwert 1

$$ve \cdot aa \triangleright [0.274648 \quad 0.570423 \quad 0.15493] \text{ oder } ve \cdot aa - ve \triangleright [-1.E-7 \quad 5.E-7 \quad -4.E-7]$$

$$vend := [1 \quad 0 \quad 0] \cdot aa^{50} \triangleright [0.274648 \quad 0.570423 \quad 0.15493] \text{ mit hoher Genauigkeit.}$$

$$vend \cdot aa - vend \triangleright [0. \quad 0. \quad 0.]$$

Hinweise zum Darstellen sind im Problem "Hamburg" Seite 2.2



1.3

## Wetter in Hamburg

**Markov-Ketten** www.mathematik-verstehen.de Haftendorn 2011

## Definition der Übergangsmatrix

$$aa := \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix}$$



(Matrixmuster aus den Vorlagen geholt. Beim Eintragen TAB verwenden! Doppelt a, weil es A nicht gibt.)

Bezug dieser Zahlen: Vorlesung 10 Mathe für alle. [www.leuphana.de/matheomnibus](http://www.leuphana.de/matheomnibus) Wetter Hamburg:

(Regen, Stratuswolken, Cumuluswolken) Takt 1 Tag

**heute:**  $[0 \ 1 \ 0]$  ▶  $[0 \ 1 \ 0]$  Statuswolken

**morgen:**  $= \text{heute} \cdot aa$  ▶  $[0.2 \ 0.6 \ 0.2]$

**übermorgen:**  $= \text{morgen} \cdot aa$  ▶  $[0.24 \ 0.46 \ 0.3]$

**tag3:**  $= \text{übermorgen} \cdot aa$  ▶  $[0.242 \ 0.414 \ 0.344]$

$$aa^2 \triangleright \begin{bmatrix} 0.32 & 0.31 & 0.37 \\ 0.24 & 0.46 & 0.3 \\ 0.17 & 0.38 & 0.45 \end{bmatrix} \quad aa^3 \triangleright \begin{bmatrix} 0.259 & 0.361 & 0.38 \\ 0.242 & 0.414 & 0.344 \\ 0.206 & 0.397 & 0.397 \end{bmatrix}$$

Das **tag3** ▶  $[0.242 \ 0.414 \ 0.344]$  ist dasselbe wie **heute** ·  $aa^3$  ▶  $[0.242 \ 0.414 \ 0.344]$

### Entwicklung des Wetters auf lange Sicht

$aa^{50} \triangleright \begin{bmatrix} 0.232558 & 0.395349 & 0.372093 \\ 0.232558 & 0.395349 & 0.372093 \\ 0.232558 & 0.395349 & 0.372093 \end{bmatrix}$  gibt eine stabile Wetterverteilung an, denn

alle Zeilen sind  $ve := [1 \ 0 \ 0] \cdot aa^{50} \triangleright [0.232558 \ 0.395349 \ 0.372093]$

Es gilt  $ve = ve \cdot aa \triangleright [true \ true \ true]$  man sagt auch allgemein:  $ve$  ist Eigenvektor von  $aa$  zum Eigenwert 1

$ve \cdot aa \triangleright [0.232558 \ 0.395349 \ 0.372093]$  oder  $ve \cdot aa - ve \triangleright [0. \ 0. \ 0.]$

Die erste Spalte von  $aa$  ist **amtlich**, die anderen geschätzt–

Also dann ist **das Wetter im Hamburg im Mittel**

**25% Regen, 46% Stratus (=bedeckt) 30% Cumulus (Schönwetter)**

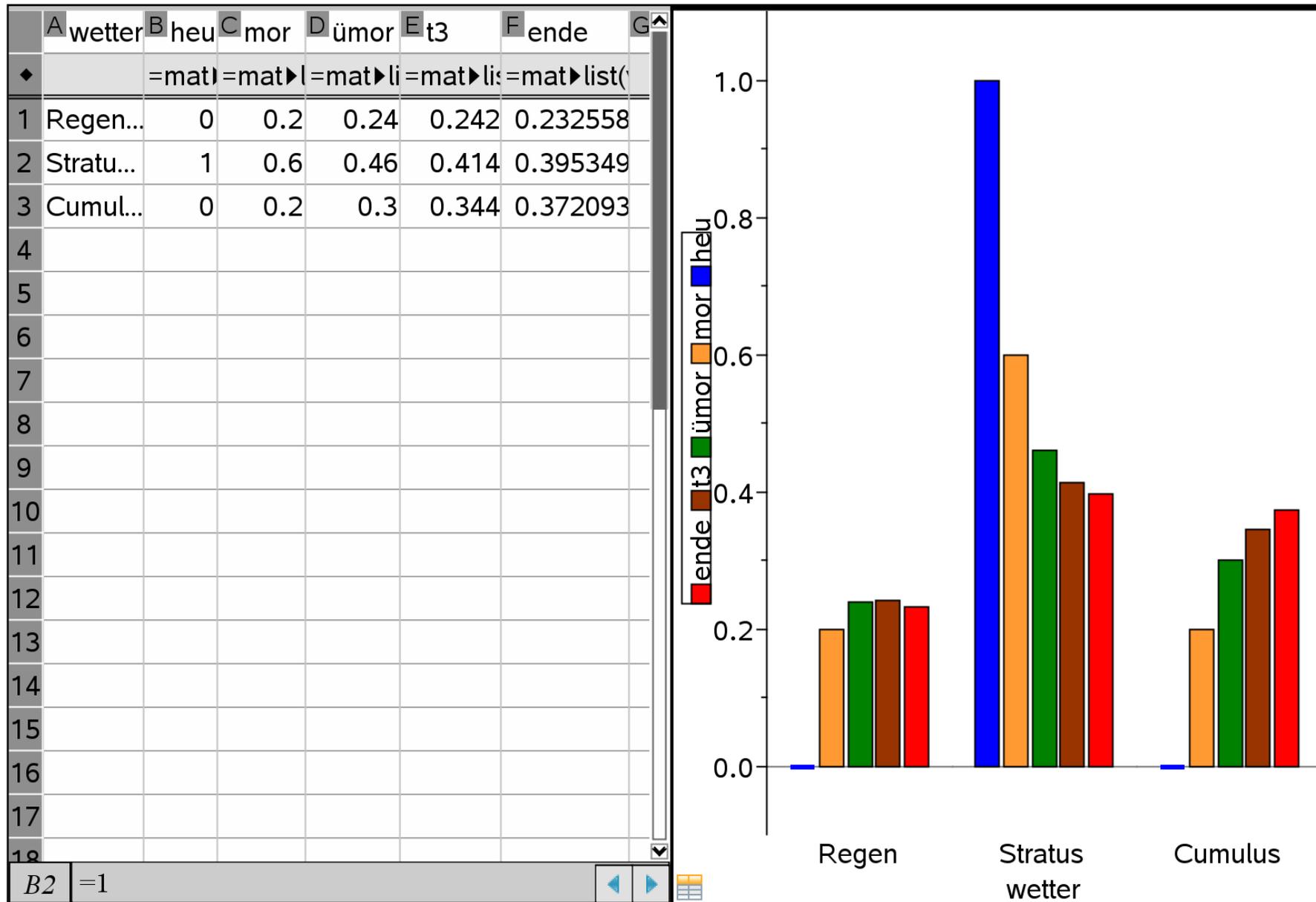
$wetter := \{ "Regen ", "Stratus ", "Cumulus " \} \triangleright \{ "Regen ", "Stratus ", "Cumulus " \}$

#### Anmerkung zum Darstellen:

Erst das Tabellenfenster definieren. Dabei müssen durch  $\mathbf{ümor} := \text{mat} \triangleright \text{list}(\mathbf{übermorgen})$

die Vektoren, wie **übermorgen** in Listen verwandelt werden. Berechnungen kann man nicht mit Listen sondern nur mit Vektoren machen.

In der Spalte heute mit re-Maus Ergebnisdiagramm wählen, Seite teilen wählen, rechts dann für unten die Liste **wetter** wählen und für Links **heu**. Dort dann mit reMaus **y-Ergebnisliste** hinzufügen wählen und schließlich alle Tage hinzufügen.



2.3