Prof. Dr. Dörte Haftendorn Jan 2012

Warteschlangen- Simutation

Simulation einer Warteschlange Haftendorn Jan 2012

lam$=\lambda$ ist der Erwartungswert für ankommende Leute in einem "vernünftigen" Zeitintervall, z.B. 1/4 Stunde

my$=\mu$ ist der Erwartungswert für bediente Leute in einem "vernünftigen" Zeitintervall, z.B. 1/4 Stunde

h ist die betrachtetet kleine kleine Zeittakt, z.B. 1/6 min

Dann ist $p=\lambda\cdot\mathbf{h}$ die Wahrscheinlichkeit, dass im Zeittakt h jemand kommt, p ist klein, "Poisson−Prozess".

Dann ist $q=\mu\cdot\mathbf{h}$ die Wahrscheinlichkeit, dass im Zeittakt h jemand bedient wird, q ist auch klein.

In diesem Modell kann in einem Zeittakt höchstens einer kommen, nicht zwei oder mehr.
In diesem Modell kann in einem Zeittakt höchstens einer bedient werden, nicht zwei oder mehr.

Das erreicht man durch hinreichend kleines h. **n** ist die Zahl der beobachteten Zeittakte.

−−−−−−−−−

Die Simulation wird programmiert:

1.1

```
simu                                    3/26
Define simu(lam,my,h,n)=
Func
Local p,q,i,li,pkty,zf,zu,test
p:=lam·h: q:=my·h:
pkty:=0: li:={pkty}:
For i,1,n
  zf:=rand()
  zu:=pkty
  If zu=0 Then
    If zf≤p Then
      pkty:=zu+1
    Else
      pkty:=zu
    EndIf
  Else © zu <>0
    If zf≤p Then
      pkty:=zu+1
    Else
      If zf≤p+q Then
        pkty:=zu−1
```

simu$\left(\frac{4}{15},\frac{6}{15},\frac{1}{6},20\right)$ ▸ {0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,1,1,1,1,1,0}

sim1:={0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,1,1,1,1,1,0}

sim2:={0,0,0,0,0,0,0,1,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3}

simu$\left(\frac{4}{15},\frac{6}{15},\frac{1}{6},20\right)$

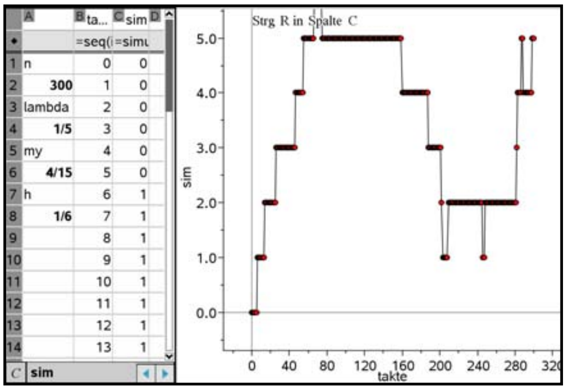
sim3:={0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,4}

Lesehilfe für die pdf−Version

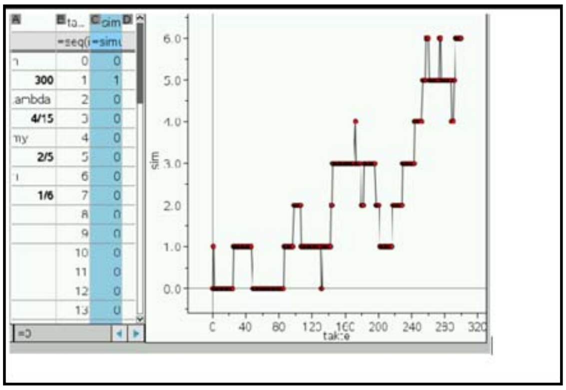
in der man den unteren Teil des Programms nicht lesen kann:

```
Else © zu <>0:    If zf≤p Then:      pkty:=zu+1:
  Else:       If zf≤p+q Then:        pkty:=zu−1:
    Else:          pkty:=zu:       EndIf:     EndIf:
EndIf:    li:=augment    (li,{pkty}):EndFor:Return li
```

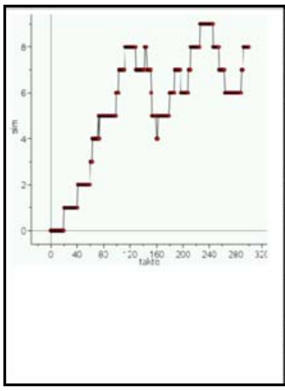
1.2



1.3



1.4



Kommentar

Die Funktion simu simuliert eine Warteschlange mit den beim Aufruf übergebenen Größen für lambda, my, h und n.

Die Verkehrsintensität $rho=\rho=\frac{p}{q}=\frac{\lambda}{\mu}$

muss kleiner als 1 sein, d.h. erwartungsgemäß müssen mehr Leute bedient werden als ankommen, im betrachtenten großen Zeittakt (hier 15 Min) Auf Seite 1.5 ist dies $\frac{\frac{4}{15}}{\frac{6}{15}}$ ▸ $\frac{2}{3}$.

Die Warteschlange kann im Vergleich zum nächsten Beispiel recht groß werden.

1.5

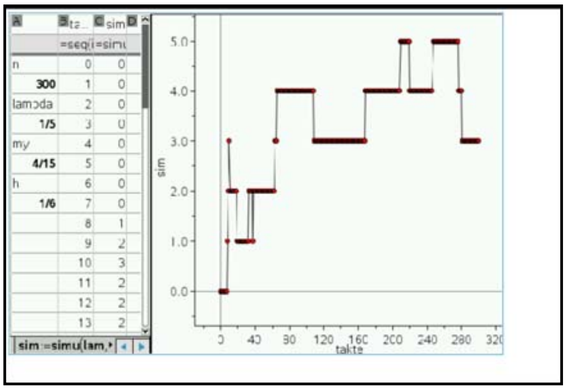
Im nachfolgenden Beispiel ist die Verkehrsintensität $\frac{\frac{3}{15}}{\frac{4}{15}}$ ▸ $\frac{3}{4}$. Dadurch, da dieser Wert größer ist, wird die Schlange im Mittel nicht so lang. ρ heißt auch "Auslastung".

Der Erwartungswert der Schlangenlänge ist **el**$(\rho):=\frac{\rho}{1-\rho}$ ▸ *Fertig* Im ersten Beispiel also **el**$\left(\frac{3}{4}\right)$ ▸ 3 Leute, im zweiten **el**$\left(\frac{2}{3}\right)$ ▸ 2 Leute.

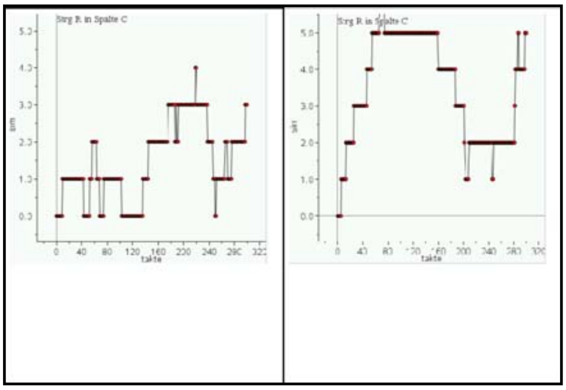
Die erwartete Verweildauer eines Kunden im System ist **w**$(\lambda,\mu):=\frac{1}{\mu-\lambda}$ ▸ *Fertig*

Im ersten Beispiel also **w**$\left(\frac{3}{15},\frac{4}{15}\right)$ ▸ 15 Minuten, im zweiten **w**$\left(\frac{4}{15},\frac{5}{15}\right)$ ▸ 15 Minuten, also gleich. In den Grafiken sind 300 Takte von 1/6 Min=10s dargestellt, das sind also 50 Minuten. Das sind gut 3 1/3 mal 15 Min, man kann also im zweiten Beispiel 10 Ankommende und etwa 13 Bediente erwarten. Jeder aufwärts gehende Strich zeigt eine Ankunft und jeder abwärts gehende eine Bedienung. Takte mit Ankunft und Bedienung sind nicht zu erkennen.

1.6



1.7



1.8