

### Messdaten, Hypothesentest

**Statistische Tests mit Messwerten** Haftendorn 2011

**200-l-Fass-Aufgabe** entsprechend der Seite messdaten.pdf, im Heft Seite Hyp 9 zu Seite 26

$x_i = \{200,102,200,132,200,169,200,005,200,13\}$  gemessene Werte

$H_0$ : Die Maschine füllt nicht zuviel ab,  
der Erwartungswert ist allenfalls 200l  $my \leq 200$  l

$H_1$ : Die Maschine füllt zuviel ab, der Erwartungswert ist größer als 200l  $my > 200$  l

$n := \dim(x_i) = 5$   $xq := \sum(x_i) = 1000,54$   $var := \frac{1}{n-1} \sum(abstq) = 0,003856$

$xq := \frac{xqs}{n} = 200,1076$  Mittelwert

$s := \sqrt{var} = 0,062099$  gemessene Standardabweichung für Einzelwerte.  
dies ist eine "Schätzung" der "wahren" Standardabweichung, daher "durch n-1"

$sm := \frac{s}{\sqrt{n}} = 0,027772$  gemessene Standardabweichung für Mittelwerte

1.1

i	x <sub>i</sub>	abst	abstq
1	200.102	-0.0056	0.0000...
2	200.132	0.0244	0.0005...
3	200.169	0.0614	0.00377
4	200.005	-0.1026	0.0105...
5	200.13	0.0224	0.0005...

1.2

**Gauß-Test (Ein-Stichproben-Gauß-Test)**

$H_0, H_1$  siehe oben

Standardabweichung für Einzelwerte, in der Aufgabe gelesen:  $\sigma = 0,1$

Standardabweichung für Mittelwerte theoretisch mit Wurzel-n-Gesetz

$\sigma_{\text{m}} := \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,044721$  Direkte Bestimmung mit den Cdf-Werkzeug

$\alpha := \text{normCdf}(xq, 1000, 200, \sigma_{\text{m}}) = 0,008064$  kleiner als 1%

Es wird hochsignifikant zuviel abgefüllt.

Bestimmung mit Prüfgröße:  $z := \frac{xq - my}{\sigma_{\text{m}}} = \frac{200,1076 - 200}{0,044721} = 2,40601$

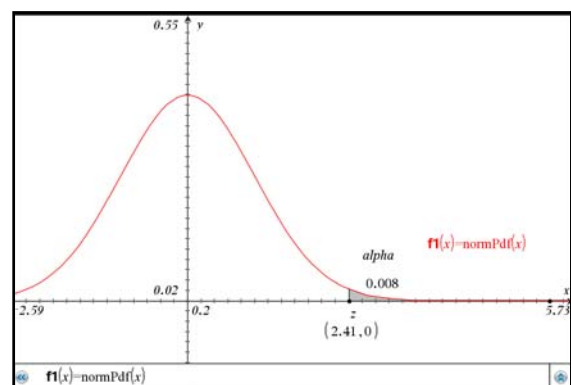
Ablesen in Tabellen möglich, hier entsprechende Berechnung mit Standardnormalverteilung:  $\alpha := 1 - \text{normCdf}(-1000, z) = 0,008064$

Siehe Darstellung im Graphfenster.

Variante, wenn man  $xq = 200,108$  auf 200,1 rundet.

$\alpha := \text{normCdf}(200,1, 1000, 200, \sigma_{\text{m}}) = 0,012674$  immer noch sehr signifikant

1.3



1.4

**Ein-Stichproben-t-Test**

$H_1$  und  $H_0$  wie beim Gaußtest (Seite 1.1) Prüfgröße mit der gemessenen Standardabweichung für Mittelwerte.

$t := \frac{xq - 200}{sm} = 3,87447$  Direkte Berechnung mit Cdf-Werkzeug

$tCdf(\text{unt.Grenze, ob.Grenze, Freiheitsgrad})$

$\alpha := 1 - tCdf(t, 10000, 4)$  Auch der t-Test zeigt hochsignifikant, dass die Maschine zuviel abfüllt.

1.5

**F-Test (Fischer-Test für Standardabweichungen)**

$s_1$  und  $s_2$  sind die beiden Standardabweichungen, dabei muss  $s_1$  die größere sein.

$H_0$ : die Standardabweichungen unterscheiden sich nicht.

$H_1$ : Die Standardabweichungen unterscheiden sich.

Hier ist  $s_1 = 0,1 = 0,1$  aus der Vorgabe, Freiheitsgrad unendlich, da "lange bekannt".

Hier ist  $s_2$  die eigene Messung  $s_2 = s = 0,062099$  Freiheitsgrad  $n - 1 = 4$

$ff := \frac{s_1^2}{s_2^2} = 2,59316 < F(\text{Tabelle, alpha zws. 10\%}) = 5,63$

Daher kann nicht behauptet werden, die Standardabw. habe sich geändert.

Berechnung mit Cdf-Werkzeug:

$FCdf(2,59, 1000, 1000, 4) = 0,181312$  eine so große Irrtumswahrscheinlichkeit kann man nicht inkaufnehmen.

$FCdf(5,63, 1000, 1000, 4) = 0,050025$  ff hätte 5,63 überschreiten müssen, wenn wir schwache Signifikanz auf dem 10%-Niveau zweiseitig hätten behaupten wollen.

1.6